FABER-CASTELL

Sonderdruck II

Einführung des Rechenstabes unter besonderer Berücksichtigung der unterschiedlichen Skaleneinteilung

Rechenstab-Brief

Inhaltsübersicht

Verantwortliche Schriftleitung:

Dr. Peter Pirchan

Ing. Harald Bachmann

FABER-CASTELL

Hinweis:

Der Castell-Rechenstab-Brief wird kostenlos an Interessenten verschickt.
Weitere Druckschriften können angefordert werden.

K. Daumenlang

Zur Einführung des Rechenstabes unter besonderer Berücksichtigung der unterschiedlichen Skalenteilung

I. Zur Frage der mathematischen Begründung des Stabrechnens

Die bayerischen Richtlinien von 1966 bestimmen für die noch einzuführenden neunten Klassen der Volksschulen unter anderem eine Einführung in das Rechnen mit dem Rechenstab.

Die Diskussion, ob der Rechenstab überhaupt an Volksschulen einzuführen sei oder nicht, ist zugunsten des Rechenstabes entschieden worden — nicht zuletzt durch Diskussionsbeiträge aus anderen Bundesländern. Dort sind neunte Klassen und damit das Stabrechnen bereits seit geraumer Zeit eingeführt und die Autoren konnten sich damit auf direkte Unterrichtserfahrungen stützen.
Nach Stender[1]) lassen sich bei Verwendung des Rechenstabes folgende Vorteile für die Unterrichtsarbeit aufzeigen:

1. Die Verwendung von Ziffernfolgen statt von Zahlen nötigt zu Überschlagsrechnungen und damit zu sinnvollem Schätzen.

2. Die Zeitspannen, in welchen rein mechanische Tätigkeiten vollzogen werden, sind erheblich abgekürzt (z. B. zahlreiche Einmaleinsaufgaben bei der Multiplikation mehrstelliger Faktoren!).

3. Der Umgang mit dem Rechenstab erzieht zu sinnvollem Runden von Zahlen.
4. Der Rechenstab kann als Kontrollinstrument auch bei solchen Aufgaben dienen, die eine größere Genauigkeit erfordern.

5. Durch zweckmäßige Umformungen von Serienaufgaben genügt oft eine einzige Einstellung der Zunge. Damit erheblich verkürzte Arbeitszeit; Gesichtspunkt des operativen Denkens.

Gehen wir von den offensichtlichen Vorteilen, die das Stabrechnen mit sich bringt, zur Frage über, wie das Stabrechnen einzuführen sei, so stößt man hier — insbesondere bei der Frage nach der mathematischen Begründung — auf die verschiedensten Theorien. Vom Mathematischen her ist der Rechenstab so aufgebaut, daß er mechanisch die Logarithmen der Zahlen addiert, die zu multiplizieren sind. Tragen wir z. B. die Logarithmen der Zahlen von 1 bis 10 auf der Zahlengeraden ab, so erhalten wir die ungleichmäßig geteilte Skala des Rechenstabes. Jedoch zeigt diese Skala zu der des Rechenstabes folgenden Unterschied: die Skalenstriche des Rechenstabes sind nicht mit den Logarithmen, sondern mit ihren Numeri beschriftet.

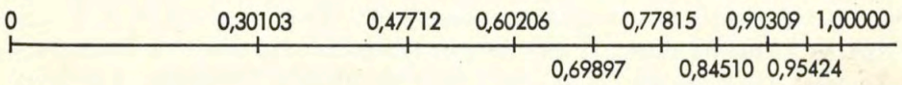


Abb. 1

Würde man sich zwei derartige bewegliche Skalen anfertigen, so könnte man die Addition oder Subtraktion von Logarithmen (bzw. die Multiplikation oder Division von Zahlen) auf mechanische Weise vornehmen. Ein einsichtsvolles Rechnen mit dem Rechenstab scheint also die Kenntnis der Logarithmen vorauszusetzen.

Dem widersprechen jedoch die Richtlinien, die eine Einführung in das Stabrechnen, jedoch keine Kenntnis der Logarithmen fordern. Ihre Forderung nach Einführung des Rechenstabes zum angegebenen Zeitpunkt läßt sich aber auf die von der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder vom 25. März 1958 ergangenen „Richtlinien und Rahmenlehrpläne für den Mathematikunterricht" zurückführen, die ausdrücklich den Einsatz des Rechenstabes schon vor der Behandlung der Logarithmen zulassen: „Die Benutzung des Rechenstabes ist bereits vor der Behandlung der Logarithmen möglich." Die in den darauffolgenden Jahren herausgegebenen Rechenbücher für neunte Klassen an Volksschulen und Diskussionsbeiträge, wie etwa in den Rechenstab-Briefen der Firma Faber-Castell, bemühten sich unter Beachtung der obigen Empfehlungen bzw. dann Richtlinien der Länder, um die Konzeption von nach didaktischen Gesichtspunkten aufgebauten Lehrgängen. Die ausgearbeiteten Lehrgangsvorschläge zeigen, daß man sich zur mathematischen Begründung des Stabrechnens nun des Rechnens mit Potenzen bedient.

Aus der Multiplikation von $100 \cdot 1000 = 100\,000$ und der Umwandlung der Faktoren in Zehnerpotenzen

$$10^2 \cdot 10^3 = 10^5$$
$$10^{2+3} = 10^5$$

schloß man, daß Zahlen multipliziert bzw. dividiert werden können, indem man ihre Hochzahlen — gleiche Basis vorausgesetzt — addiert oder subtrahiert. Es wurden deshalb die Potenzen der Faktoren auf der Zahlengeraden abgetragen und die Skalenstriche mit den ursprünglichen Zahlen beschriftet. Damit war man wieder beim Grundprinzip des Stabrechnens angelangt: die Multiplikation von Zahlen wird durch mechanische Addition der Bildstrecken von Potenzen ersetzt.

Daß nun dieses Verfahren mit der ursprünglichen mathematischen Begründung des Stabrechnens so gut übereinstimmt, erklärt sich aus der mathematischen Auffassung des Logarithmus als Exponent oder Hochzahl: jede beliebige Zahl läßt sich als Zehnerpotenz schreiben.

z. B. $2 = 10^{0,30103}$
$3 = 10^{0,47712}$
$4 = 10^{0,60206}$

Arbeitet man nur mit den Hochzahlen, so spricht man nicht mehr von Potenzrechnung, sondern vom Rechnen mit Logarithmen.

Es ergibt sich folgender mathematischer Zusammenhang:

$c = a^b$	${}^{a}\log c = b$
$100 \cdot 1000 = 100\,000$	${}^{10}\log 100 = 2$
$10^2 \cdot 10^3 = 10^5$	${}^{10}\log 1000 = 3$
$10^{2+3} = 10^5$	${}^{10}\log x = 5$
	$x = 100\,000$

Derartig konzipierte Lehrgänge sind vom mathematischen Standpunkt aus bestechend. Sie haben jedoch nur den Nachteil, daß unsere (bayerischen) Volksschüler in der neunten Klasse leider nicht über das Rechnen mit Potenzen verfügen. Eine eingehende Behandlung der Potenzrechnung nur um einer mathematisch fundierten Einführung in das Stabrechnen willen verbietet sich wohl von selbst. Sie stünde auch im Widerspruch zu den (bayerischen) Richtlinien, die ausdrücklich von einer Einführung in die Potenzschreibweise und nicht in das Rechnen mit Potenzen sprechen.

Es bleibt damit unter realistischer Einschätzung der schulischen Gegebenheiten zum gegenwärtigen Zeitpunkt nur eine Einführung in die Handhabung des Rechenstabes, in die „Benutzung des Rechenstabes", wie es im Kasseler Lehrplan heißt.

Die Begründung für das Prinzip des Stabrechnens würde somit noch ganz einer phänomenologischen Ebene angehören, wenn im Kinde die Erkenntnis angebahnt wird, daß man Zahlen multiplizieren oder dividieren kann, indem man die Bildstrecken dieser Zahlen auf dem Rechenstab addiert bzw. subtrahiert. Es ist jedoch mit diesem Vorgehen nicht ausgeschlossen, wenn die entsprechenden mathematischen Kenntnisse zur Verfügung stehen, zu einer vertieften Betrachtung fortzuschreiten. Das mathematische Aufbauprinzip des Rechenstabes ist also in der Regel nicht Anlaß, neue mathematische Kenntnisse zu erarbeiten, sondern es handelt sich beim Rechenstab um ein Gerät, das den mechanischen Anteil an rechnerischen Operationen übernimmt. Seine Bildungswirkung ist somit eine indirekte, als er Schüler und Lehrer mehr Zeit für logische Operationen zur Verfügung stellt.

Dem steht jedoch nicht entgegen, daß Klassen mit Kursunterricht oder daß mathematisch sehr interessierte Lehrer dafür aufgeschlossene Klassen in das Stabrechnen über die Auffassung des Logarithmus als Exponent einführen. Es kommt hier, wie überall im schulischen Bereich, auf die Eigenlage der Klasse an. Generelle Aussagen lassen sich nicht treffen. Es ging hier jedoch darum, eine Art Mindestniveau zu umreißen, um vor allen Dingen den Lehrern eine gewisse Orientierungshilfe zu geben, deren schulischer Interessenschwerpunkt nicht gerade im mathematischen Bereich liegt.

II. Die Einführung in die unterschiedliche Skalenteilung — ein didaktisches Problem

1. Darstellung des Problems

Lehrgänge zur Einführung in das Rechnen mit dem Rechenstab sind allgemein dadurch charakterisiert, daß in einer mehr oder weniger ausführlichen Vorschule die Schüler mit Hilfe einfacher Modelle an das Stabrechnen herangeführt werden. Nachdem die wichtigsten Prinzipien erarbeitet und bestimmte Techniken eingeschult worden sind, etwa die vier Schritte beim Einstellen und Ablesen von Aufgaben, wird zum eigentlichen Rechenstab übergegangen. Und hier, an diesem Übergang vom Modell des Multiplikationsrechenstabes zum eigentlichen Rechenstab, setzt der vorliegende Abschnitt an.
Es geht um folgendes Problem:

Wird etwa im „Rechenstab-Lehrgang für den Kaufmann" auf Seite 6 ausgeführt, daß die „wichtigste Voraussetzung für sicheres Stabrechnen ... die Fähigkeit (ist), Skalenstriche richtig abzulesen und die Intervallwerte abzuschätzen", so wird diese Aussage zwar allgemein akzeptiert, doch sind bemerkenswert wenig didaktische Bemühungen um diese Frage festzustellen.

Die vorliegenden reichen von der Forderung, daß die Teilungen „etwas ausführlicher zu besprechen" seien[2] über „der Schüler muß wissen, daß die Feineinteilung

im Bereich 1 bis 2 jeweils um 1/100 fortschreitet,
im Bereich 2 bis 4 jeweils um 2/100 und
im Bereich 4 bis 10 jeweils um 5/100"[3]

zu Ableseübungen anhand beigegebener Skalen[4] und zu abschnittsweisem Besprechen der einzelnen Skalenabschnitte.

Zur Beurteilung ist zu sagen, daß Forderungen, so weit sie nicht von didaktischen Vorschlägen begleitet werden, die ihre Verwirklichung ermöglichen, für den Lehrer wertlos sind. Ableseübungen anhand von Schaubildern sind zwar für Erwachsene denkbar, für Kinder jedoch aus didaktischen Erwägungen heraus nicht akzeptabel. Das abschnittsweise Besprechen der einzelnen Skalenabschnitte, wobei Ziffernfolgen von ein bis vier Ziffern bestimmten Skalenstrichen zugeordnet werden, und die oft das Rechnen mit dem Rechenstab unter dem falsch verstandenen Gesichtspunkt der Schwierigkeitsisolierung völlig zurückstellen, ist durchaus nicht dazu geeignet, Freude am Stabrechnen zu wecken. Es wird deshalb in dem später ausschnittsweise skizzierten Lehrgang versucht, diese Mängel zu umgehen und eine auf didaktische Erwägungen aufgebaute Einführung in die unterschiedliche Skalenteilung des Rechenstabes zu geben.

2 Überlegungen zur didaktischen Gestaltung

Nachdem im ersten Abschnitt grundsätzliche Überlegungen zu der Frage angestellt worden sind, inwieweit das mathematische Prinzip des Stabrechnens den Kindern nahegebracht werden kann, beschränken sich die nachfolgenden Ausführungen auf die Frage, wie Kinder mit der unterschiedlichen Skalenteilung des Rechenstabes vertraut gemacht werden können. Es wird dabei bewußt das Problem ausgeklammert, wie Kinder auf der skizzierten, als phänomenologisch bezeichneten Ebene, in die unregelmäßige Skala des Rechenstabes eingeführt werden können, daß nämlich die Abstände zwischen den Marken auf dem Rechenstab nach rechts zu immer kürzer werden. Hinweise zu diesem Problem geben etwa Breidenbach[5], Goetz[6], Besuden, Fricke, Müller[7], um Autoren mit jeweils unterschiedlichem methodischen Weg zu nennen.

Die didaktischen Überlegungen zu dem gestellten Problem lassen sich um zwei Punkte zentrieren:

a) Grundsatz der Schwierigkeitsisolierung
b) Zuordnung von Ziffernfolgen zu Skalenstrichen

ad a) Grundsatz der Schwierigkeitsisolierung

Die Skala des Rechenstabes ist in den verschiedenen Abschnitten unterschiedlich geteilt. Daraus ergibt sich die auf dem ersten Blick verwirrende Vielzahl von Teilstrichen unterschiedlicher Länge und unterschiedlichen Abstandes. Es ist deshalb zweckmäßig einen Lehrgang so aufzubauen, daß bereits sämtliche Techniken und Einsichten, die für die Benutzung des Rechenstabes erforderlich sind, bereits erworben worden sind, bevor sich die Kinder mit der unterschiedlichen Skalenteilung des Rechenstabes auseinandersetzen.

Es wird daher für eine intensive Vorschule plädiert, die mit Hilfe der bekannten Streifenmodelle folgende Kenntnisse den Kindern zu vermitteln sucht:

1. Prinzip der Streckenaddition bei Operationen
2. Einführung in die unregelmäßig geteilte Skala des Rechenstabes
3. Verwendung von Ziffernfolgen statt von Zahlen
4. Der Bereich der Skala kann auf 1 bis 10 eingeschränkt werden
5. Überschlagsrechnungen ermitteln den Stellenwert der Ziffernfolgen der Ergebnisse.

Erfahrungsgemäß bereitet gerade Punkt 5 den Kindern große Schwierigkeiten und kann zu vielen Mißerfolgen führen (z. B. 0,25 · 0,75). Deshalb muß diesem Punkt, obwohl es sich um eine Rechentechnik handelt, die bereits erworben sein sollte, in diesem Zusammenhang größere Aufmerksamkeit geschenkt werden.

Die Erarbeitung der wesentlichsten Techniken und Einsichten am Modell des Additions- und Multiplikationsrechenstabes entspricht durchaus den Prinzipien einer „operativen Methode". Deren Vertreter, etwa Aebli[8], plädieren dafür, wesentliche Techniken und Einsichten auf einer konkreten und anschaulichen Ebene und in überschaubaren Situationen einzuführen und die Struktur, wie hier das Stabrechnen, nach allen Richtungen hin zu verfolgen. Es wird damit ein Grundverständnis gelegt, auf dessen Basis dann erst der eigentliche Rechenstab eingeführt wird.

Die Anwendung des Grundsatzes der Schwierigkeitsisolierung in diesem Sinne gestattet dem Kind seine Aufmerksamkeit jeweils einem Problem zuzuwenden, wie hier der unterschiedlichen Skalenteilung, und die störende Interferenz etwa noch nicht geläufig beherrschter Techniken wird weitgehend vermieden.

ad b) Zuordnung von Ziffernfolgen zu Skalenstrichen

Die von der operativen Methode geforderte überschaubare Situation, Situation als Gesamtsituation zu interpretieren, ist dann nicht gegeben, wenn die einzelnen Skalenabschnitte jeder für sich besprochen werden und wenn das Kind Ziffernfolgen mit bestimmten Skalenstrichen zu assoziieren hat. Dies ist genau der Tatbestand, der Fricke[9] zu seiner Forderung nach der „operativen Gesamtbehandlung einer mathematischen Einheit" veranlaßte. Es besteht nämlich bei diesem Vorgehen die Gefahr, daß dem Kind das Trennende mehr zum Bewußtsein kommt als die Gemeinsamkeiten der einzelnen Skalenabschnitte. Es besteht die Gefahr, daß z. B. die Durchgängigkeit der Zehnteilung nicht erkannt wird, sondern daß sie nur in Zusammenhang mit dem jeweiligen Abschnitt betrachtet wird. Damit ist das lerntheoretische Problem des Transfers oder der Übertragung angeschnitten. Übertragung, durch das Erkennen von Gemeinsamkeiten, erfolgt nicht von selbst, sondern bedarf der gesonderten Schulung (H. Roth[10]). Weiterhin liegen empirische Ergebnisse aus der amerikanischen Lernpsychologie vor, die die große Effektivität des sogenannten „discrimination learning" zeigen: mehrere komplexe Daten (= die einzelnen Skalenabschnitte) werden umso besser gelernt, je mehr das Gemeinsame erkannt und je mehr die Unterschiede betont werden.

Orientiert man sich weiterhin am Verlauf des Wahrnehmungsaktes beim Aufsuchen einer bestimmten Marke, so ist damit die Gliederung der Einführung in die unterschiedliche Skalenteilung gegeben: Man geht zunächst von den Hauptmarken aus, sucht — wenn nötig — den Teilstrich auf, der das Intervall halbiert, hierauf die entsprechende Zehntel- und anschließend die Hundertstelteilung, wobei die Anzahl der Teilstriche zwischen der Zehntelteilung zu beachten ist.

Unter Berücksichtigung der obigen Ausführung bedeutet dies für die didaktische Gestaltung des Lehrgangs, daß die Skalenteilung nicht Abschnitt für Abschnitt besprochen wird, sondern es wird sofort über die gesamte Skala gearbeitet. Zunächst werden die Hauptmarken aufgesucht, dann die Halbierungen der Intervalle, anschließend die Zehntel- und hierauf die Hundertstelteilung. Es erfolgt also eine zunehmende Ausdifferenzierung der Abschnitte, wobei eine intensive Behandlung der Gemeinsamkeiten und der jeweiligen Unterschiede angestrebt wird. Dabei ist die Ausführung von Rechenoperationen mit Hilfe des Rechenstabes reinen Einstell- und Ableseübungen vorzuziehen.

c) Zur Wahl des Rechenstabmodells

Es wird vorgeschlagen einen Rechenstab mit π-versetzten Skalen zu wählen, etwa den Castell-Mentor. Die Begründung für diesen Vorschlag liegt einmal darin, daß nach den bayerischen Richtlinien von 1966 Schüler des Kursunterrichtes bereits in der 7. Klasse in das Stabrechnen eingeführt worden sind. Für diese besäße der Lehrgang in der 9. Klasse nicht den nötigen Schwierigkeitsgrad, um sie zu intensiver Arbeit anzuspornen. Hier wäre mit dem Einsatz des Castell-Mentors die Möglichkeit gegeben, auf die versetzten Skalen CF und DF auszuweichen: die Schüler, die nur den Kernunterricht besuchen, arbeiten mit den Skalen C und D, während die Schüler des Kursunterrichts die gleichen Aufgaben auf CF/DF lösen. Da somit auf verschiedenen Wegen die gleichen Ergebnisse erzielt werden (sollten!), ist auch die Kontrolle der Rechenergebnisse durch den Lehrer trotz zweier Leistungsgruppen einfach.

Die bei der Verwendung der Systeme CF/DF und C/D raschere Lösung von Aufgaben, insbesondere von Systemaufgaben, bietet für gute Schüler des Kernunterrichts zusätzliche Motivation, in diesen Systemen heimisch zu werden.

Es sei darauf hingewiesen, daß sich die Anforderungen, die an die beiden Leistungsgruppen gestellt werden, nicht in quantitativer Hinsicht, wie üblich, sondern in qualitativer Hinsicht unterscheiden. Denn der von der Intelligenzpsychologie als einer der Faktoren der Intelligenz bezeichnete Faktor der Plastizität (Meili[11]), worunter eine rasche Umstellungsfähigkeit verstanden wird, findet hier seine Ausprägung. Auf die Rolle dieser Fähigkeit im späteren Berufsleben braucht nicht eingegangen zu werden. Schüler geringer Intelligenz bzw. Plastizität hingegen beschränken sich auf die Skalen C und D. Die Tatsache jedoch, daß sie zum Unterrichtsgespräch die gleichen Ergebnisse aufweisen können wie die anderen, beugt einer möglichen Diskriminierung dieser Gruppe vor.

III. Darstellung eines Lehrgangsausschnittes unter besonderer Berücksichtigung der unterschiedlichen Skalenteilung

Am Ende der intensiven Vorschule sieht das Streifenmodell des Multiplikationsstabes so aus:

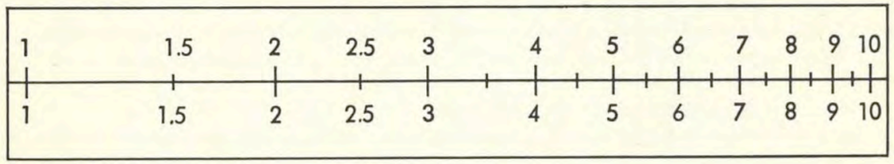


Abb. 2

Jetzt erst erfolgt der Einsatz des „richtigen" Rechenstabes. Die drei Teile werden erklärt und die Kinder in die verschiedenen Skalen eingeführt:
Z. B.: Die Skalen C und D bezeichnen wir als Grundskalen. Mit ihnen werden wir hauptsächlich arbeiten.
Auf der Skala A finden wir die Quadrate der Zahlen, die auf den Grundskalen C und D angegeben sind. Wir bezeichnen sie als Quadratskala.
In gleicher Weise erfolgt die operationale Definition der übrigen Skalen.

1. Prinzip der Streckenaddition

Wir vergleichen die Skala unseres Multiplikationsrechenstabes mit der Skala C und D des „richtigen" Rechenstabes (siehe Abb. 2). Wir sehen, daß wir bereits die Hauptmarken 1; 2 . . . 10 ansprechen können, desgleichen die Marken 1.5; 2.5 . . . 9.5. Die Ausführung der Rechenoperationen der Multiplikation und der Division sind uns ebenfalls geläufig, so daß bereits folgende einfache Aufgaben gelöst werden können:

1.	a)	5 · 2	2 · 4	4 · 2	2 · 2
	b)	3 · 3	2 · 3	3 · 2	2 · 5
2.	a)	10 : 5	6 : 3	9 : 3	10 : 2
	b)	8 : 2	8 : 4	4 : 2	6 : 2

Die beschriftete Zehntelteilung im Abschnitt 1-2 bietet für das Aufsuchen ebenfalls keine Schwierigkeiten, da in der Vorschule stets mit Ziffernfolgen statt mit Zahlen gerechnet worden ist.

3.	a)	2 · 1,5	b)	1,1 · 5	c)	1,6 · 2,5
		3 · 2,5		1,2 · 7,5		1,5 · 6
		2 · 4,5		1,3 · 5		1,4 · 2,5
		3 · 1,5		1,8 · 2,5		1,2 · 5
		4 · 2,5		1,2 · 2,5		2,5 · 1,4
		5 · 1,6		1,5 · 3		5 · 1,5
		4 · 1,5		1,8 · 5		1,5 · 4
		2 · 3,5		1,2 · 1,5		4,5 · 2
		2 · 2,5		2,5 · 1,2		5 · 1,1
		5 · 1,4		3,5 · 2		2,5 · 1,6

Die Ergebnisse können durch Vertauschung der Faktoren kontrolliert werden, wodurch sich die vorgeschlagenen Übungsmöglichkeiten verdoppeln.

4. a) 4,5 : 1,8 b) 9,5 : 5
7,5 : 3 4,5 : 2,5
7 : 1,4 8,5 : 1,7
9 : 1,2 7 : 5
3,5 : 1,4 9 : 1,8
8,5 : 1,7 7,5 : 1,5
9,5 : 1,9 3,5 : 2,5
9 : 1,5 4 : 2,5
6,5 : 1,3 10 : 2,5
1,8 : 1,2 9 : 1,2

Die Aufgaben 3 und 4 wurden so ausgewählt, daß die Rechenzahlen (Faktoren, Ergebnisse) entweder auf einer der Hauptmarken, den Halbierungen der Intervalle, oder einer der beschrifteten Zehntelteilung im Bereich 1-2 liegen.

2. **Erweiterung des Geltungsbereiches**

Statt 1,2 · 1,5 arbeiten wir nun mit Aufgaben wie 120 · 150. Es wird das gleiche Zahlenmaterial wie oben verwendet, besser Ziffernmaterial, nur liegt hier der Schwerpunkt auf den Überschlagsrechnungen.

Die Lösung der Aufgaben sollte nach folgenden Schritten geschehen:

Aufgabe	Überschlag	Ziffernfolge	Ergebnis
1,8 · 0,4	2 · 0,5 = 1	72	0,72

Der Umfang dieses Abschnittes richtet sich danach, wie sicher die Kinder in der Überschlagsrechnung sind. Das folgende Schema gibt einen Überblick über mögliche Fälle:

	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
10^3								
10^2								
10^1			17 · 15		15 · 0,5			
10^0				6 · 3	7 · 0,5	4 · 0,25		
10^{-1}								
10^{-2}								

Abb. 3

3. **Ausbau der Skala**

a) Ziffernfolgen mit zwei Ziffern

(1) Bereich 1—4

Im Skalenabschnitt 1—2 sind die Marken 1.1; 1.2 usw. angegeben, die die Zehntelteilung dieses Abschnitts markieren. Welche Teilstriche im Skalenabschnitt 2—4 entsprechen 2.1; 2.2 usw., d. h. welche Teilstriche markieren die Zehntelteilung in diesem

Abschnitt? Beachten wir die bereits bekannten Teilstriche der Marken 2.5 und 3.5, so bereitet es keine Schwierigkeiten mehr, die Skalenstriche der Zehntelteilung im Abschnitt 2—4 zu ermitteln.

Die Sicherstellung der Ergebnisse erfolgt auf zweifache Weise:

a) Wir legen auf dem Rechenstab über diesen Abschnitt ein Blatt durchsichtiges Papier und tragen die Zehntelteilung auf. Wir beschriften die Teilstriche, wobei die Ziffernfolge einmal unten, einmal oben steht und kleben die Skizze in unser Heft.

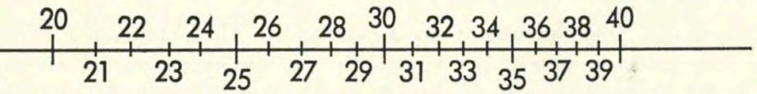


Abb. 4

b) Wir lösen Rechenaufgaben unter Verwendung der neuen Markierungen, wobei gleichzeitig die bisher bekannten Marken wiederholt werden.

5. a) 1,1 · 2 b) 3,3 : 1,1
1,3 · 3 2,4 : 2
1,6 · 1,5 3,6 : 1,6
1,9 · 2 2,8 : 2
1,7 · 2 2,1 : 1,5
1,8 · 1,5 1,8 : 1,5
1,4 · 1,5 2,2 : 1,1
1,2 · 1,5 3,9 : 3
1,4 · 2 3,4 : 1,7
1,6 · 2 2,7 : 1,8

(2) Bereich 4—10

Wir stellen fest, mit welchen Marken wir bereits im Skalenabschnitt 4—10 gearbeitet haben. Es sind dies neben den Hauptmarken die Marken 4.5; 5.5 usw. Die entsprechende Zehntelteilung ist leicht festzustellen, da sich zwischen den entsprechenden Skalenstrichen nur noch ein weiterer kleinerer befindet.

Zur Sicherstellung der auf analytische Weise gewonnenen Ergebnisse:

a) Wir nehmen in Partnerarbeit Einstellübungen mit Ziffernfolgen von zwei Ziffern vor:
aa) dem Partner wird eine Ziffernfolge genannt und er stellt sie auf dem Rechenstab ein,
bb) der Partner liest vom Rechenstab eine eingestellte Rechenzahl ab.

b) Übungsaufgaben:

6. a)	b)	c)	d)
1,8 · 3,5	48 : 2	440 · 1,5	780 : 3
2,8 · 3,5	72 : 3	180 · 35	990 : 66
2,3 · 4	92 : 4	360 · 150	960 : 6,4
4,4 · 1,5	66 : 3	160 · 55	8,1 : 45
2,3 · 4,3	55 : 25	320 · 30	630 : 1,8
3,6 · 1,5	99 : 45	130 · 0,6	2,7 : 15
4,4 · 2	51 : 15	220 · 0,4	570 : 30
2,8 · 1,5	69 : 1,5	430 · 23	7,8 : 60
2,6 · 2,5	88 : 2,2	190 · 0,3	880 : 55
1,5 · 2,6	51 : 34	450 · 180	420 : 2800

Damit können wir jede mögliche zweistellige Ziffernfolge auf dem Rechenstab einstellen. Durch die Verwendung von Ziffernfolgen statt von Zahlen können die verschiedensten Faktoren miteinander multipliziert werden, sofern sie sich auf Ziffernfolgen mit zwei Ziffern reduzieren lassen und sofern das Ergebnis auf einer Zehntelmarkierung liegt.

b) Ziffernfolgen mit drei Ziffern

(1) Bereich 4—10

Selbstgestellte Aufgaben können als Motivation zur Einführung von Ziffernfolgen mit drei Ziffern dienen, etwa $15 \cdot 41 = 615$. Es wird vorgeschlagen, daß mit der Besprechung der Hundertstelteilung im Bereich 4—10 begonnen wird, da sich hier nur ein Teilstrich zwischen der Zehntelteilung befindet.
Wir greifen aus dem Skalenbereich 4—10 einen beliebigen Abschnitt heraus, etwa 7—8, und zeichnen ihn vergrößert an die Tafel und ins Heft. Die bereits bekannten Teilstriche werden mit Ziffernfolgen von drei Ziffern beschriftet.

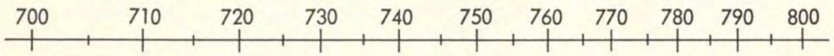


Abb. 5

Die Frage, welche Ziffernfolgen den dazwischen liegenden Teilstrichen zuzuordnen sind, läßt sich einmal durch Aufgaben der Art $15 \cdot 41 = 615$ lösen, wobei die auf übliche Weise ermittelte Lösung zur Klärung von Problemen am Rechenstab herangezogen wird. Zum anderen durch logische Überlegung: Welche Ziffernfolge ist dem Teilstrich zuzuordnen, der das Intervall 710-720 (etwa) halbiert? Beide Wege sollten beschritten werden.

Nachdem die entsprechenden Ziffernfolgen in die Skizze eingetragen worden sind, überzeugt sich der Lehrer durch Übungsaufgaben, ob auch in den nicht behandelten Skalenteilen des Bereiches 4—10 die Skalenstriche der Hundertstelteilung richtig angesprochen werden, d. h. ob ein Transfer des Gelernten stattfindet. Bei Bedarf kann jeder Abschnitt in der skizzierten Weise durchgearbeitet und Einstellungs- und Ableseübungen wie oben beschrieben durchgeführt werden.

Als Ergebnis der Arbeit im Skalenbereich 4—10 halten wir fest, daß in diesem Bereich jede dreistellige Ziffernfolge genau eingestellt und abgelesen werden kann, deren letzte Ziffer eine 0 oder eine 5 ist.

(2) Bereich 1—2

Wir gehen nun in den Bereich 1—2 über (u. U. durch entsprechende Teilungsaufgaben) und suchen hier die Teilstriche auf, denen dreistellige Ziffernfolgen zuzuordnen sind, deren letzte Ziffer 0 oder 5 ist. Auch diese sind wie im Bereich 4—10 besonders hervorgehoben. Befinden sich im Bereich 4—10 zwischen den angegebenen Skalenstrichen keine weiteren Unterteilungen, so ist dieses Intervall im Bereich 1—2 noch zusätzlich unterteilt. Unsere Arbeit ergibt, daß im Skalenabschnitt 1—2 jede beliebige dreistellige Ziffernfolge eingestellt und abgelesen werden kann, im Bereich 4—10 jedoch nur solche mit der letzten Ziffer 0 oder 5.

Sicherung der Ergebnisse:

a) Wir zeichnen den Bereich 1—1,3 vergrößert in unser Heft und beschriften jeden Teilstrich.

Besondere Hinweise auf Markierungen wie 1,10 und 1,01 u. ä. sind notwendig.

b) Einstell- und Ableseübungen in Partnerarbeit.

c) Übungsaufgaben in Partnerarbeit.

(3) Bereich 2—4

Aus der vorangegangenen Arbeit ergibt sich zwanglos die Frage, welche Ziffernfolgen den Teilstrichen im Bereich 2—4 zuzuordnen sind. Wir beachten dabei die Skizze (Abb. 4), die wir von diesem Bereich bereits angefertigt haben und stellen fest, daß die Intervalle zwischen den Zehntelteilungen fünfmal unterteilt sind, d. h. daß die Teilung in diesem Abschnitt um $^2/_{100}$ fortschreitet. Mit dieser Erkenntnis können jedoch die Kinder in der Regel wenig anfangen. Wir transformieren wiederum in eine operationale Definition: Im Abschnitt 2—4 können nur solche dreistelligen Ziffernfolgen genau eingestellt und abgelesen werden, deren letzte Ziffer gerade ist. Wir kommen damit sofort zum Schätzen von Zwischenwerten, denn die Ziffernfolgen mit ungerader letzter Ziffer befinden sich genau zwischen den Teilstrichen.

Zur Sicherung der Ergebnisse werden folgende Möglichkeiten vorgeschlagen:

a) Wir zeichnen den Bereich 1.9—2.2 vergrößert in unser Heft, beschriften die Skalenstriche mit dreistelligen Ziffernfolgen und überlegen uns zwei Merksätze.

Z. B. im Skalenabschnitt 1—2 können alle dreistelligen Ziffernfolgen genau eingestellt werden.

Im Skalenabschnitt 2—4 nur solche mit gerader letzter Ziffer.
Entsprechend verfahren wir im Bereich 3.9—4.2.

b) Wir stellen fest, welche Ziffernfolgen bestimmten Teilstrichen entsprechen, die vor oder hinter bestimmten Marken stehen. Zu diesem Zweck legen wir uns folgende Tabelle an, in die wir unsere abgelesenen Ergebnisse eintragen:

	1	101	125	150	175
199	2	202	225	250	275
298	3	302	325	350	375
	.		.	.	.
	.		.	.	.

Es kann der erste, zweite, dritte ... Teilstrich gewählt werden.

Besondere Aufmerksamkeit ist dabei Ziffernfolgen zu widmen, bei denen die Zehntelteilung nicht aufgesucht wird wie bei 106, 204 usw.

c) Übungsaufgaben, die jedoch wiederum so ausgewählt sein müssen, daß alle Ergebnisse glatt abgelesen werden können und daß das Durchschlagen der Zunge nicht notwendig ist.

	a)	b)	c)	d)
7.	1,75 · 24	110 · 8,5	550 · 120	302 · 270
	105 · 24	11,5 · 565	1,25 · 2,32	252 · 0,25
	1,1 · 34	37,4 · 1,15	302 · 159	226 · 0,399
	55 · 110	225 · 120	332 · 125	1,3 · 0,246
	11 · 65	12 · 375	246 · 1,3	1,25 · 0,58

	a)	b)	c)	d)
8.	650 : 146	64 : 4,05	5,7 : 42,5	2 900 : 232
	980 : 242	4,3 : 1,36	6,8 : 0,228	5 850 : 45
	640 : 158	570 : 13,4	690 : 276	4 150 : 332
	865 : 1,9	850 : 5,15	75 : 4,05	8 000 : 396
	5,7 : 42,5	7,5 : 40,5	270 : 22,5	8 500 : 189

Die Reihenfolge von Zeichnung - Tabelle - Übungsaufgabe ist nicht bindend. Je nach Eigenlage der Klasse, bzw. nach individuellem Leistungsstand einzelner Schüler, können bestimmte Typen übergangen oder verstärkt eingesetzt werden.

c) Schätzen von Zwischenwerten

(1) Bereich 2—4

Hier werden von den dreistelligen Ziffernfolgen nur die mit ungerader letzter Ziffer behandelt, soweit sie nicht bereits im vorigen Abschnitt besprochen wurden.

Ein weiterer Ausbau hin zu vierziffrigen Ziffernfolgen sollte nur in Einzelfällen erfolgen und dann nur auf Ziffernfolgen mit (0 oder) 5 als letzter Ziffer beschränkt werden.

(2) Bereich 4—10

Wir wissen, daß wir im Bereich 4—10 nur solche dreistelligen Ziffernfolgen einstellen können, deren letzte Ziffer 0 oder 5 ist. Die Lage der übrigen Ziffernfolgen ist also abzuschätzen.

a) Hier kann nach folgendem Schema gearbeitet werden:

Wir zeichnen uns den Bereich 4—5 vergrößert heraus, mit sämtlichen Skalenstrichen, und beschriften ihn mit dreistelligen Ziffernfolgen.

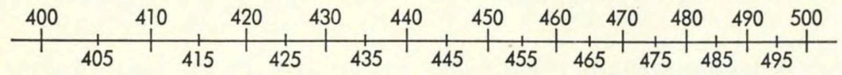


Abb. 6

Dann erhalten die Schüler die Aufgabe, Ziffernfolgen mit drei Ziffern aufzustellen. Es sind dabei folgende Angaben zu beachten:

1. Wie lautet die erste Ziffer? (4)

2. Weshalb soll die letzte Ziffer nicht 0 oder 5 sein? (Teilstrich!)

3. Jeweils 5 Ziffernfolgen sollen die gleiche letzte Ziffer besitzen. Sind sie gleichmäßig über das verfügbare Intervall verteilt?

4. Trage sie so in deine Skala ein:

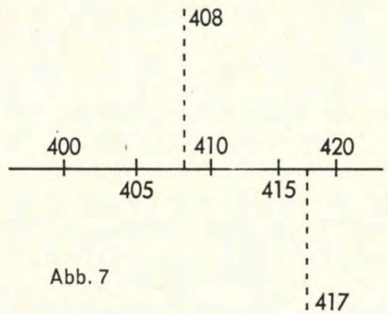


Abb. 7

b) Partnerarbeit

Stelle deine Ziffernfolgen auf dem Rechenstab ein, dein Partner liest ab. Die Ziffernfolgen dürfen sich in der letzten Ziffer um 1 unterscheiden. Stellt fest, wie oft sie sich um 2 unterscheiden. Der Lehrer erhält so zuverlässigen Aufschluß über die Genauigkeit des Arbeitens.

c) Übungsaufgaben

Die Übungsaufgaben umfassen nun sämtliche möglichen dreistelligen Ziffernfolgen, wobei noch die Einschränkung gilt, daß das Durchschlagen der Zunge noch nicht eingeführt worden ist.

		a	b				
9.	I	196	204	·	2,96	3,84	2,06
	II	1,46	237	·	30,9	250	371
	III	20,6	24,9	·	102	3,14	24,7

(3) Bereich 1—2

Im Bereich 1—2 können durch das Schätzen von Zwischenwerten Ziffernfolgen mit vier Ziffern eingestellt werden. Das Vorgehen entspricht mit gewissen Modifikationen, die durch die Besonderheit der Skalenteilung in diesem Bereich bedingt sind, dem im Bereich von 4—10, weshalb es nicht noch einmal gesondert dargestellt wird.

Es können nun beliebige Aufgaben gestellt werden, wobei umfangreiche Zahlen auf Ziffernfolgen mit 3 bzw. 4 Ziffern auf- oder abgerundet werden. Bei der Auswahl der Aufgaben ist das Durchschlagen der Zunge zu berücksichtigen. Der paradoxe Fall, daß wir zwar Aufgaben wie 17,9 · 5,35 mit Hilfe des Rechenstabes lösen können, jedoch noch nicht 2 · 8, kann von der Sache her als Motivation für die weiteren Aufgaben im Lehrgang dienen.

Abschluß:

Gegen den skizzierten Lehrgang kann der Einwand erhoben werden, daß er zu ausführlich ist. Es ist jedoch zu bedenken, daß in den zukünftigen neunten Klassen in Bayern Kinder aus ausgebauten und wenig gegliederten Schulen gemeinsam unterrichtet werden sollen. Die damit durch den unterschiedlichen Stand rechnerischer Leistungsfähigkeit sich ergebenden Probleme lassen sich nur durch eine extreme Differenzierung und Individualisierung der Unterrichtsarbeit lösen. Daher muß der Lehrstoff ähnlich wie ein Unterrichtsprogramm in kleine Schritte aufgespaltet werden, wo auf jeden Schritt die notwendige Verstärkung folgt. Andererseits muß der Lehrgang dem besser begabten Schüler die Möglichkeit eines rascheren Vordringens bieten. Der skizzierte Lehrgangsausschnitt sollte zu diesem Problem einen Beitrag liefern. Der vollständige Lehrgang ist im Rechenbuch für das neunte Schuljahr des Verlages C. C. Buchners/Bamberg zu finden, das zur Zeit gedruckt wird. Es ist ab Frühjahr 1969 verfügbar.

Angaben zur Literatur:

[1]) Stender, Richard, „Der moderne Rechenstab", Frankfurt 1966.

[2]) Bachmann, Gudrun, „Das Stabrechnen in der Volksschule", Aufsatz im Rechenstab-Brief der Firma Faber-Castell, Stein bei Nbg., 1964.

[3]) Breidenbach/Bauersfeld, „Welt der Zahl" Heft 9, Ausgabe Niedersachsen, S. 60 der Lehrerausgabe, Hannover 1965.

[4]) „Rechenstab-Lehrgang für den Kaufmann", herausgegeben von der Firma Faber-Castell, Stein bei Nbg., 1966.

[5]) Breidenbach, Walter, „Rechenstab — Methodische Einführung für den Gebrauch in der Volksschule", Hannover 1963.

[6]) Goetz, Adolf, „Das Rechnen mit dem Rechenstab", Faber-Castell, Stein b. Nbg., o. J.

[7]) Besuden-Fricke-Müller, „Rechnen und Raumlehre", 9. Schuljahr, Stuttgart 1964.

[8]) Aebli, Hans, „Psychologische Didaktik", Stuttgart 1963.

[9]) Fricke, A., „Operatives Denken im Rechenunterricht als Anwendung der Psychologie von Piaget", Westermanns Päd. Beiträge 3/1959.

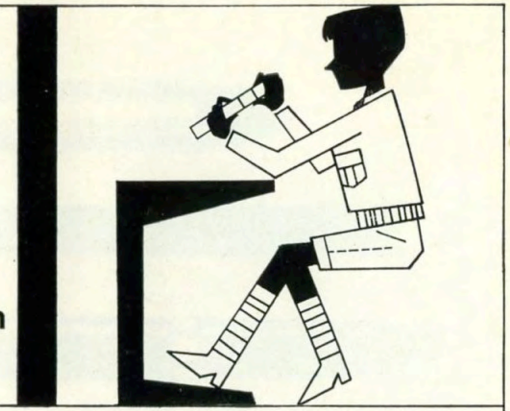
[10]) Roth, H., „Pädagogische Psychologie des Lehrens und des Lernens", 1957.

[11]) Meili, R., „Lehrbuch der psychologischen Diagnostik", Bern 1951.

Pfister, Elfriede, „Der Rechenstab in der Volksschule", unveröffentlichte Zulassungsarbeit zur 1. Prüfung für das Lehramt an Volksschulen, Fürth/Bay. 1968.

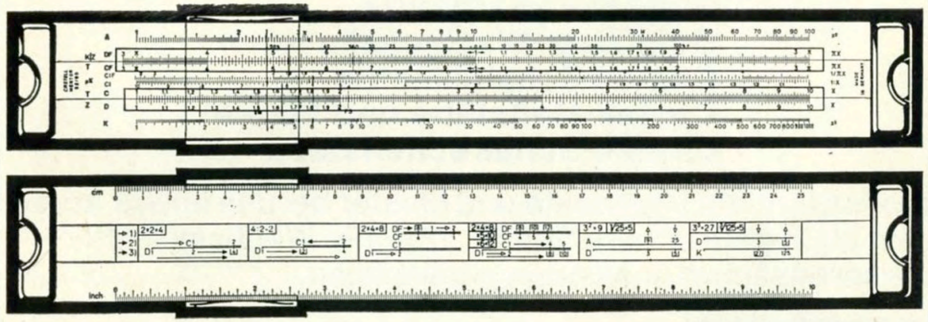
Der vollständige Lehrgang ist im Rechenbuch für das neunte Schuljahr des Verlages C. C. Buchners/Bamberg zu finden. — Im Druck.

Castell Mentor 52/80 für Volks- und Realschulen



Unser Erfolgs-Rechenstab!

- Schulrechenstab zum Multiplizieren, Dividieren, Quadrieren, Quadrat-Wurzelziehen, Tabellenbilden, Kubieren, Kubik-Wurzelziehen.
- π-versetzte Skalen DF, CF, CIF, Hauptskalen mit Grünstreifen. Auch für kaufmännisches Rechnen. Einstellbilder auf Schieberrückseite.
- Als Lehrheft und Anleitung liegt bei jedem Rechenstab eine "Rechenstabfibel".
- Demonstrations-Rechenstab 334/80 in 1m Skalenlänge.



Lassen Sie Sich den Castell-Mentor vorlegen.

Fordern Sie auch den "Castell-Rechenstab-Lehrgang für den Kaufmann" an.

Weitere Unterlagen senden wir Ihnen gern.